

Część II. Zadania rozwiązywane w parach

**Zadania za 5 punktów**

1. Wyznacz wszystkie miejsca zerowe funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{\sqrt{3 - |x - 1|}}$$

2. Przeprowadź dyskusję rozwiązalności układu równań 
$$\begin{cases} mx + 5 = 3 \\ 5x + my = -3 \end{cases}$$

w zależności od wartości parametru  $m \in R$

*W zadaniu 3 nie można korzystać z kalkulatora.*

3. a. (3 pkt) Udowodnij, że liczba

$4 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6 + \dots + 4^{48} + 4^{49} + 4^{51}$  jest podzielna przez 84.

- b. (2 pkt) Wykaż prawdziwość nierówności:  $1 < \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{10}} < 2$

4. Dla jakich wartości parametru  $p$  równanie  $|x - 3| - |x + 2| = p$  nie ma rozwiązań.

5. Prosta przechodząca przez wierzchołek A równoległoboku ABCD przecina jego przekątną BD w punkcie E i bok BC w punkcie F, a prostą DC w punkcie G. Udowodnij, że  $|EA|^2 = |EF| \cdot |EG|$

**Zadania za 8 punktów**

6. Wewnątrz kąta  $\alpha = 60^\circ$  znajduje się punkt M odległy o  $m$  i  $k$  jednostek od ramion kąta. Wyznaczyć odległość punktu M od wierzchołka kąta.

7. a. (5 pkt) Wykazać, że jeśli dowolne liczby dodatnie  $p, q$  i  $r$  spełniają warunek  $p + q + r = 1$ , to prawdziwa jest nierówność  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} \geq 9$

- b. (3 pkt) Wykaż, że  $p = q = r = s$ , jeśli wiadomo, że liczby  $p, q, r$  i  $s$  są dodatnie oraz  $p^2 + q^2 + r^2 + s^2 = pq + qr + rs + sp$



Powiatowy Ośrodek Doskonalenia  
Nauczycieli i Poradnictwa  
Psychologiczno – Pedagogicznego  
w Głubczycach